السلسلة رقم صفر "الدالة الأسية و اللوغاريتمية"

الاشتقاق: أحسب مشتقات الدوال الآتية

1/ $(x-2)e^x+2$ 2/ $\frac{3e^x}{e^x+1}$ 3/ $x^2e^{-x+1}-ex$

4/ $\frac{2\ln x+2}{x+2}$ 5/ $1+x\ln x+x^2$ 6/ $(\ln(x+1))^2$.

النهايات: أحسب النهايات الآتية

1/ $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1)e^x$ 2/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-2}{e^x-2x}$

3/ $\lim_{x\to+\infty}(e^x-x+2)$ 4/ $\lim_{x\to+\infty}(x^2+2x-1)e^{-x}$

5/ $\lim_{x\to 0^+} x-\frac{1}{e^x-1}$ 6/ $\lim_{x\to+\infty} x-x^2\ln x$

7/ $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x}$ 8/ $\lim_{x\to+\infty} e^x-\frac{1}{2}ex^2$

9/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x^2+2}}{x^2}$ 10/ $\lim_{x\to 1^+} x+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

11/ $\lim_{x\to 0^+} 1+\frac{2\ln x}{x}$ 12/ $\lim_{x\to -1^+}\frac{e}{x+1}+\frac{2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

13/ $\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ 14/ $\lim_{x\to+\infty} x-1-\ln x$

دراسة الإشارة: أدرس الإشارة في كل حالة

1/ x^2+2x+4 حيث $x\in R$

2/ $x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$ حيث $x\in R$

3/ $2x^3+x^2-x-2$ حيث $x\in R$

4/ $\ln x-x$ حيث $x\in]0;+\infty[$

5/ $\ln(x+2)$ حيث $x\succ 2$

6/ $1+2\ln x$ حيث $x\succ 0$

معادلات و متراجحات:

حل في R المعادلات و المتراجحات الآتية

1/ $e^{x^2}=e^{x-2}$ 2/ $e^x+2e^{-x}-2=\ln e$

3/ $\ln(2x-3)=\ln(x-3)+\ln 5$ 4/ $e^{2x}+e^x-2\ge 0$

5/ $\ln(2x+4)=1$ 6/ $(\ln x)^2-\ln\sqrt{x}-6=0$

تمرين 0 1 : أدرس اتجاه تغير الدوال التالية ثم شكل جدول تغيراتها:

1) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=2+(x-2)e^{-x+2}$$

2) الدالة h المعرفة على $]0;2[\cup]2;+\infty[$ كمايلي :

$$h(x)=\frac{1}{x-2}+\ln x$$

تمرين 0 2 :

الدالة العددية المعرفة على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي

$$\begin{cases} f(x)=x+1-\frac{1}{\ln x} \,/\, x\in\mathbb{R}_+^*-\{1\} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1) بين أن الدالة مستمرة عند 0 بقيم أكبر

2) أحسب $\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

3) بين أن النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) للدالة f المعرفة على R ب $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$

تمرين 0 3 :

أعط التفسير الهندسي لنهايتين التاليتين

❖ $\lim_{x\to 2} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$

✓ أذكر نص مبرهنة القيم المتوسطة

✓ أذكر تعريف نقطة الانعطاف

✓ عرف الدالة الزوجية و الفردية

✓ متى نقول عن نقطة أنها مركز تناظر

✓ متى نقول عن مستقيم انه محور تناظر

تمرين 04:

لتكن الدالة f المعرفة ب $f(x)=\frac{x^2+2\alpha x+\beta}{x+1}$ على $R-\{-1\}$ حيث β و α أعداد حقيقية.

1/ أحسب $f'(x)$

2/ عين α و β حتى يكون المستقيم $y=-2x+3$ مماسا للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

التمرين الأول: بكالوريا تجريبي أشبال الأمة 2019

الجزء الأول: g دالة g عددية معرفة على $]0,+\infty[$ ب

$g(x)=x^2+2\ln x$

/1 أدرس تغيرات الدالة g

/2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث

$0.75\prec\alpha\prec0.76$

/3 استنتج حسب قيم X إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ ب $f(x)=1-x+\frac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O.I.J})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$، ثم أدرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى (C_f)

2) أ) أثبت أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ فإن

$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلته

ب) أثبت أن: $f(\alpha)=1-2\alpha+\frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا ل $f(\alpha)$

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) في المعلم السابق

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\frac{2}{x}(1+\ln x)=m$

التمرين الثاني:

الجزء الأول: g دالة g عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب

$g(x)=2+(2+x)e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.3\prec\alpha\prec-2.2$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\frac{x^2}{1+e^{-x}}$، نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O.I.J})$.

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$، ثم فسر النتيجة هندسيا

2) أ/ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن

$f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب/استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن: $f(\alpha)=\alpha(2+\alpha)$ واستنتج حصرا ل $f(\alpha)$.

4) (p) المنحنى الممثل للدالة مربع $x\to x^2$ في المعلم السابق

أ/أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x^2)$، فسر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمنحنى (p)

5) أنشئ كل من المنحنى (C_f) و المنحنى (p) .
تعطى $f(\alpha)=0.48$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ و $f(x)=|m|$

ملاحظة:

$a<|m|<b$ حيث $0<a$ معناه
$m\in]-b,-a[\cup]a,b[$